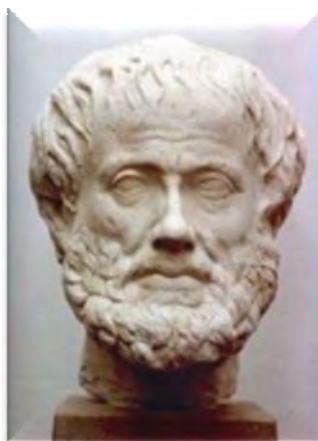


Το γεωκεντρικό και ηλιοκεντρικό σύστημα

1.1 Το γεωκεντρικό σύστημα

Οι Έλληνες φιλόσοφοι-επιστήμονες της Ιωνίας, ήταν οι πρώτοι που προσπάθησαν να επινοήσουν μοντέλα για να ερμηνεύσουν τον κόσμο γύρω τους. Αναζητώντας την ερμηνεία της φαινόμενης κίνησης των πλανητών στον νυχτερινό ουρανό, υπέθεσαν ότι η Γη είναι το κέντρο του Σύμπαντος και ότι οι αστέρες βρίσκονταν μέσα σε μία ουράνια σφαίρα με κέντρο τη Γη. Στο εσωτερικό αυτής της σφαίρας, περιφέρονταν γύρω από τη Γη, οι πλανήτες, η Σελήνη και ο Ήλιος.

Ένας από τους ένθερμους υποστηριστές αυτού του συστήματος ήταν ο **Αριστοτέλης** (384-322 π.Χ) ο οποίος υποστήριζε ότι εάν η Γη κινείτο θα γινόταν αντιληπτή από την κίνηση του εδάφους ή του αέρα και από την αλλαγή της θέσης των κοντινών αστέρων (φαινόμενο που αργότερα ονομάστηκε παράλλαξη). Στα γραπτά του επιπλέον περιέχονται ορθές και σαφείς ερμηνείες των φάσεων της Σελήνης και των εκλείψεων- αν και η ερμηνεία τους αποδίδεται στον προγενέστερό του Αναξαγόρα (430 π.Χ). Αργότερα ο Ερατοσθένης (276-196 π.Χ) βασιζόμενος σε παρατηρήσεις του Ήλιου σε δύο διαφορετικούς τόπους, υπολόγισε με μεγάλη ακρίβεια την περίμετρο της



Ο Αριστοτέλης
384-322 π.Χ.

Γης (250 000 στάδια που ισοδυναμούν περίπου με 42 000 km σε σχέση με την (πραγματική τιμή 40 100 km).

Ο σημαντικότερος των αστρονόμων της αρχαιότητας ήταν ο Ίππαρχος ο οποίος επινόησε το πρώτο και ακριβέστερο για την εποχή του γεωμετρικό σύστημα περιγραφής των κινήσεων του Ήλιου και της Σελήνης με έκκεντρους κύκλους και επικύκλους. Επιπλέον συνέταξε κατάλογο 850 αστέρων, τη θέση των οποίων προσδιόρισε με σύστημα συντεταγμένων ανάλογο του γεωγραφικού πλάτους και μήκους και τους κατέταξε ανάλογα με τη λαμπρότητά τους σε μεγέθη. Κατά τη διάρκεια των παρατηρήσεων των αστέρων και συγκρίνοντας τα δεδομένα του με παλαιότερες παρατηρήσεις ανακάλυψε ότι η διεύθυνση του άξονα περιστροφής της ουράνιας σφαίρας μεταβάλλεται (φαινόμενο που ονομάζεται μετάπτωση). Υπολόγισε με ακρίβεια την απόσταση της Σελήνης και το μέγεθός της καθώς και τη διάρκεια του έτους με ακρίβεια 6 λεπτών.

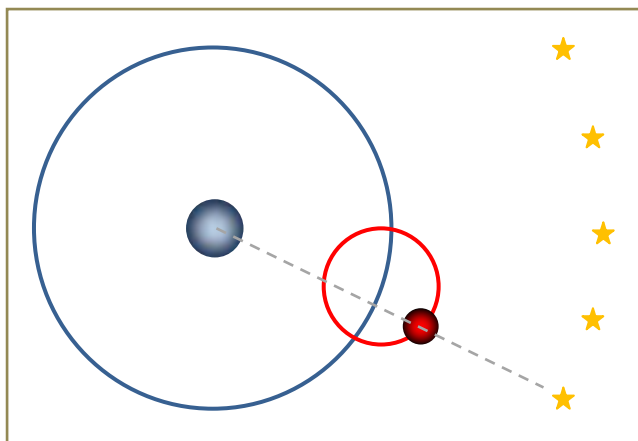
Ο Κλαύδιος Πτολεμαίος (165-85 π.Χ.) ήταν ο τελευταίος από τους Έλληνες αστρονόμους και μαθηματικούς της εποχής του ο οποίος πρότεινε το γεωκεντρικό σύστημα τροχιών και επικυκλίων που επικράτησε για τα επόμενα 1400 έτη. Στο γεωκεντρικό σύστημα η Γη θεωρείται ως το κέντρο του ηλιακού συστήματος. Η Σελήνη, οι πλανήτες, ο Ήλιος και οι αστέρες περιφέρονται γύρω από την ακίνητη Γη με ομαλή κυκλική κίνηση, συνιστούν τον ουρανό ο οποίος θεωρείται αιθέριος και αμετάβλητος.

Ο Πτολεμαίος επινόησε μοντέλα παρατηρώντας τις κινήσεις του Ήλιου, της Σελήνης και των πέντε γνωστών πλανητών (Ερμή, Αφροδίτη, Άρη, Δία και Κρόνου) στον ουρανό με μεγάλη ακρίβεια προσπαθώντας να ερμηνεύσει τη φαινόμενη ανάδρομη κίνηση των πλανητών και το γεγονός ότι δε φαίνονται το ίδιο λαμπροί σε όλη τη διάρκεια του έτους. Θεώρησε ότι το κάθε σώμα κινείται σε μία μικρή κυκλική τροχιά (ένα επικύκλιο) το οποίο με τη σειρά του διέγραφε μία μεγαλύτερη κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη. Αυτός ο συνδυασμός κινήσεων (όπως οι τροχοί στο εσωτερικό ενός ρολογιού) παρήγαγε μια τροχιά που έμοιαζε με την παρατηρούμενη μη κυκλική των πλανητικών τροχιών. Προς τιμή του έχει ονομαστεί ο φερώνυμος κρατήρας της Σελήνης και του Άρη. Ο Πτολεμαίος είχε συστηματοποιήσει όλη τη μαθηματική και αστρονομική γνώση της εποχής του καθώς και τη δική του



Ο Κλαύδιος Πτολεμαίος
165-85 π.Χ.

συμβολή, σε ένα έργο 13 βιβλίων (159 π.Χ), το οποίο μετριοφρονα ονόμασε



Σχήμα 1.1

Μαθηματική Πραγματεία κι αργότερα

Αραβες σχολαστικιστές το μετονόμασαν σε Almagest (Μέγα Βιβλίο" ή "Η Μεγίστη Σύνταξη" ή "Μεγίστη"), και αυτή η εικόνα του γεωκεντρικού ηλιακού συστήματος ονομάστηκε το Πτολεμαϊκό σύμπαν. Για τους επόμενους 14 αιώνες, οι μόνες αξιόλογες αστρονομικές

παρατηρήσεις έγιναν από τους Ινδούς και τους Άραβες οι οποίοι μελέτησαν τα αρχεία των Ελλήνων αστρονόμων.

1.2 Η ηλιοκεντρική υπόθεση

Οι ιδέες του γεωκεντρικού σύμπαντος επανήλθαν στο Μεσαίωνα και υιοθετήθηκαν από φιλόσοφους – θεολόγους όπως ο Θωμάς Ακινάτης. Η ιδέα της Γης ως το κέντρο δημιουργίας μέσα σε μία σφαίρα που ταυτίστηκε με τον Χριστιανικό Ουρανό είχε ως αποτέλεσμα την ενίσχυση του χριστιανικού δόγματος και η εικόνα του Σύμπαντος δεν ήταν πλέον επιστημονικό ερώτημα.

Το 16^ο αιώνα (μετά από σχεδόν 2000 έτη) μια νέα ιδέα προτάθηκε από τον



Ο Νικόλαος Κοπέρνικος
1473-1543 μ.Χ.

Πολωνό αστρονόμο **Νικόλαο Κοπέρνικο** (1473-1543) στο βιβλίο "De Revolutionibus Orbitum Coelestium" («Περί περιφοράς των ουρανίων σωμάτων») που δημοσιεύτηκε μετά το θάνατό του, η οποία έφερε την επανάσταση και θεμελίωσε το ηλιοκεντρικό σύστημα με τον Ήλιο στο κέντρο του Σύμπαντος και τη Γη να περιφέρεται γύρω του (στην τρίτη θέση σε σχέση με τους άλλους πλανήτες). Σ' αυτό το σύστημα η Γη περιστρεφόταν γύρω από τον εαυτό της σε 24 ώρες, η Σελήνη γύρω από τη Γη και οι αστέρες ήταν ακίνητοι αλλά με φαινόμενη κίνηση εξαιτίας

της γήινης περιστροφής. Αν και το ηλιοκεντρικό σύστημα του Κοπέρνικου αυτόματα εξήγησε τη μεταβαλλόμενη λαμπρότητα των πλανητών λόγω της

μεταβαλλόμενης απόστασής τους και την ανάδρομη κίνησή τους με στοιχεία γεωμετρίας και ταχύτερης κίνησης των πλανητών με τις μικρότερες τροχιές, διατήρησε την ιδέα της κυκλικής τροχιάς και χρησιμοποίησε λιγότερους επικύκλους από το Πτολεμαϊκό.

Οι ιδέες του Κοπέρνικου παρέμειναν ασαφείς για τα επόμενα 100 έτη. Αλλά τον 17^ο αιώνα το έργο των Κέπλερ, Γαλιλαίου και Νεύτωνα θεμελίωσε το ηλιοκεντρικό Σύμπαν του Κοπέρνικου και έφερε την επανάσταση στην αστρονομία και στις φυσικές επιστήμες.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η ιδέα του ηλιοκεντρικού συστήματος δεν ήταν τόσο καινούρια. Είχε προταθεί το 200 π.Χ από τον **Αρίσταρχο το Σάμιο** (310-230 π.Χ), τον τελευταίο από τους πυθαγόρειους αστρονόμους (όπως μαρτυρείται από αναφορά του Αρχιμήδη) αλλά δεν είχε επιβιώσει λόγω της αριστοτέλειας επιρροής. Για τη ριζοσπαστική συμβολή του ο Αρίσταρχος αναφέρεται ως «ο Κοπέρνικος της αρχαιότητας».



Ο Αρίσταρχος ο Σάμιος
310-230 π.Χ.

Σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη της σύγχρονης αστρονομίας του Κοπέρνικου έπαιξε η ακριβής καταγραφή των κινήσεων των σωμάτων στην ουράνια σφαίρα, του Δανού **Tycho Brahe** (1546-1601) ο οποίος πριν την ανακάλυψη του τηλεσκοπίου επινόησε όργανα που του επέτρεψαν να πραγματοποιήσει μετρήσεις μεγάλης ακρίβειας. Συγκεκριμένα:



Ο Tycho Brahe
1546-1601 μ.Χ.

- Κατέγραψε επακριβώς τις θέσεις του Άρη και τα δεδομένα του χρησιμοποιήθηκαν αργότερα από τον Κέπλερ για την διατύπωση των νόμων της κίνησης των πλανητών.
- Ανακάλυψε έναν υπερκαινοφανή (έναν νέο αστέρα) το 1572, αποδεικνύοντας ότι ήταν αστέρας του οποίου η λαμπρότητα μεταβλήθηκε σε 18 μήνες και όχι κάποιο τοπικό γεγονός.
- Μέτρησε με ακρίβεια την παράλλαξη του κομήτη του 1577 αποδεικνύοντας ότι είναι πιο μακρινό αντικείμενο από τη Σελήνη.

- Πραγματοποίησε τις ακριβέστερες μετρήσεις της παράλλαξης των αστέρων (μετρώντας μηδενική παράλλαξη) - αν και οδηγήθηκε σε λάθος συμπέρασμα.

Ο Tycho (με βάση τις μηδενικές παραλλάξεις των αστέρων) πρότεινε ένα ενδιαμέσο μοντέλο του Σύμπαντος μεταξύ του Πτολεμαϊκού και του Κοπερνίκειου όπου η Γη βρισκόταν στο κέντρο αλλά οι υπόλοιποι πλανήτες περιφερόταν γύρω



Ο Johannes Kepler
1571-1630 μ.Χ.

από τον Ήλιο καθώς ο Ήλιος περιφερόταν γύρω από τη Γη.

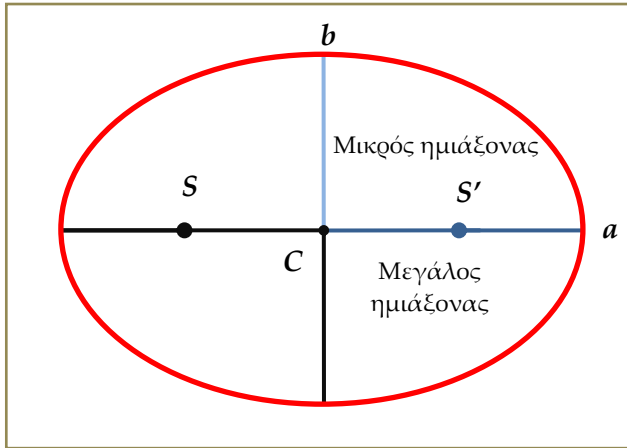
Το Κοπερνίκειο σύστημα με τους 30 περίπου επικύκλους κίνησης των πλανητών αντικατέστησαν οι τρεις νόμοι που διατύπωσε ο βοηθός του Brahe, ο Γερμανός **Johannes Kepler** (1571-1630) στην προσπάθειά του να ερμηνεύσει την κίνηση του Άρη. Οι νόμοι του Kepler όχι μόνο περιγράφουν με μεγάλη ακρίβεια μέχρι σήμερα τις κινήσεις των πλανητικών συστημάτων και των διπλών συστημάτων των αστέρων αλλά σηματοδότησαν και την έναρξη μιας νέας εποχής όπου η επιστήμη άρχισε να περιγράψει τη φύση με μαθηματική ακρίβεια.

Πρώτος Νόμος Του Kepler

Σύμφωνα με τον **πρώτο νόμο** η τροχιά κάθε πλανήτη είναι επίπεδη ελλειπτική με τον Ήλιο τοποθετημένο σε μία από τις εστίες της ελλείψεως όπως φαίνεται στο Σχήμα όπου έχουν σημειωθεί ο μεγάλος ημιάξονας a και η απόσταση CS του κέντρου C από την εστία S που καταλαμβάνει ο Ήλιος. Την ελλειπτική τροχιά του πλανήτη χαρακτηρίζουν δύο παραμέτροι: ο μεγάλος ημιάξονας a που καθορίζει το μέγεθος της τροχιάς και η εκκεντρότητα e που ορίζεται από τη σχέση

$$e = \frac{CS}{a}$$

όπως καθορίζεται από το Σχήμα 1.2. Η εκκεντρότητα είναι μικρότερη της μονάδας για ελλειπτικές τροχιές και καθορίζει το πόσο πεπλατυσμένη είναι μία έλλειψη ή αλλιώς το πόσο αποκλίνει από τον κύκλο (για τον οποίο είναι $e = 0$). (Όταν ο Νεύτων ανακάλυψε το νόμο της βαρύτητας, οι ελλειπτικές τροχιές προέκυψαν ως μαθηματικό αποτέλεσμα του νόμου του αντιστρόφου τετραγώνου που ακολουθεί η βαρυτική δύναμη).



e είναι η εκκεντρότητα

a είναι ο μεγάλος ημιάξονας

b είναι ο μικρός ημιάξονας

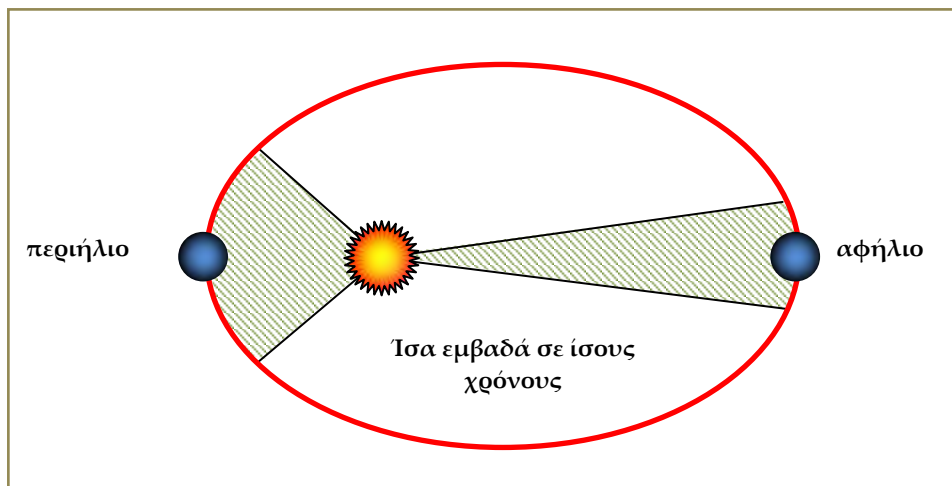
$$e = \frac{CS}{a}$$

$$b^2 = a^2(1 - e^2)$$

Σχήμα 1.2

Δεύτερος Νόμος Του Kepler

Σύμφωνα με τον **δεύτερο νόμο** η επιβατική ακτίνα, η υποθετική δηλαδή ευθεία που συνδέει τον Ήλιο με τον εκάστοτε πλανήτη, διαγράφει κατά τη διάρκεια της κινήσεως του πλανήτη γύρω από τον Ήλιο ίσα εμβαδά σε ίσα χρονικά διαστήματα όπως φαίνεται στο Σχήμα. Αυτός ο σταθερός ρυθμός με τον οποίο διαγράφεται η παραπάνω επιφάνεια είναι διαφορετικός για κάθε πλανήτη. Από τον δεύτερο νόμο προκύπτει ότι η ταχύτητα κάθε πλανήτη δεν είναι σταθερή σε κάθε σημείο της τροχιάς του. Γίνεται μέγιστη στο *περιήλιο*, στο πιο κοντινό δηλαδή στον Ήλιο σημείο της τροχιάς του και ελάχιστη στο *αφήλιο*, στο πιο μακρινό. Η Γη βρίσκεται στο περιήλιο της τροχιάς της περίπου στις 2 Ιανουαρίου κάθε έτους (η σχεδόν σύμπτωση με την αρχή του ημερολογιακού έτους είναι τυχαία).



Σχήμα 1.3

Τρίτος Νόμος Του Kepler

Σύμφωνα με τον **τρίτο νόμο** (ο οποίος δημοσιεύτηκε μετά από εννέα έτη από τους άλλους δύο) τα τετράγωνα των περιόδων P περιφοράς των πλανητών γύρω από τον Ήλιο είναι ανάλογα των τρίτων δυνάμεων των μεγάλων ημιαξόνων a των τροχιών τους δηλαδή

$$\frac{P^2}{a^3} = \text{σταθερό}$$

ή για δύο πλανήτες

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$$

Αυτό σημαίνει ότι όσο πιο μακριά είναι ένας πλανήτης από τον Ήλιο τόσο περισσότερο χρόνο κάνει για να ολοκληρώσει μία περιφορά στην τροχιά του. Για τη Γη $a = 1$ AU και $P = 1$ έτος, άρα η σταθερά σ' αυτές τις μονάδες είναι 1 οπότε ο 3^{ος} νόμος εκφράζεται ως

$$(\text{περίοδος σε έτη})^2 = (\text{απόσταση σε AU})^3$$

απ' όπου μπορεί να υπολογιστεί η «ακτίνα» της τροχιάς ενός πλανήτη ή η περίοδος περιστροφής του.



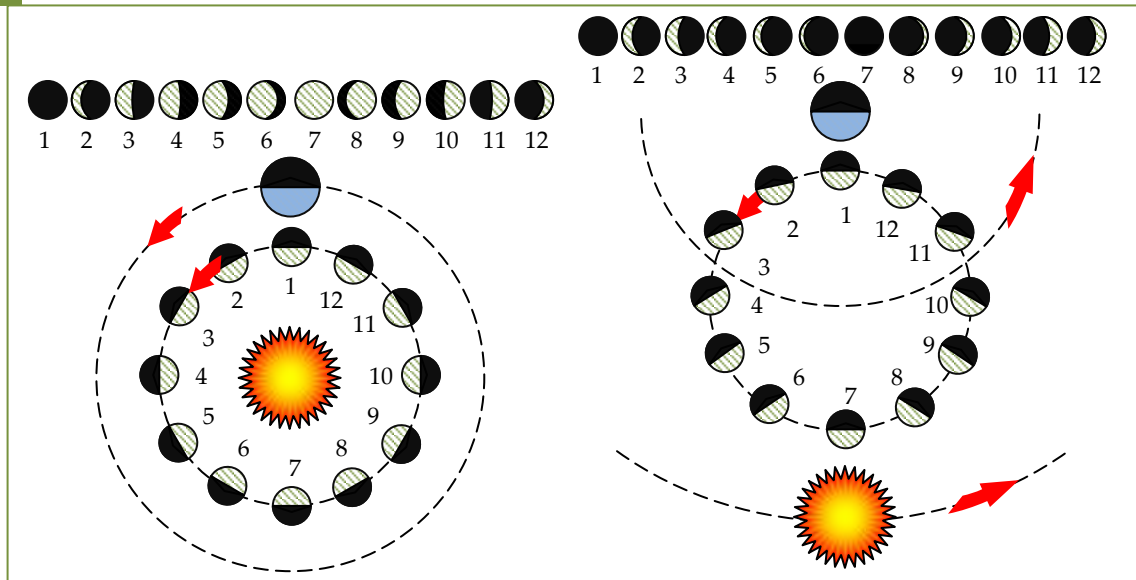
Ο Γαλιλαίος
1564-1642 μ.Χ.

Ο **Γαλιλαίος** (1564 -1642) ήταν ο πρώτος που παρείχε σημαντικά στοιχεία που υποστήριζαν το ηλιοκεντρικό σύστημα. Με το πρωτόπορο του τηλεσκόπιο έκανε πολλές παρατηρήσεις και ανακάλυψε :

- Όρη και ηφαίστεια στη Σελήνη.
- Κινούμενες ηλιακές κηλίδες στον Ήλιο.
- Μεμονωμένους αστέρες μέσα στο γαλαξία μας.
- Φάσεις της Αφροδίτης όπως αυτές της Σελήνης.
- 4 «φεγγάρια» του Δία (δορυφόροι του Γαλιλαίου).

Η παρατήρηση των φάσεων της Αφροδίτης ήταν και η πιο σημαντική απόδειξη υπέρ του ηλιοκεντρικού συστήματος.

Στο σχήμα 1.4, παριστάνεται η Αφροδίτη όπως θα φαινόταν στο ηλιοκεντρικό (αριστερά) και στο γεωκεντρικό σύστημα (δεξιά). Η γραμμοσκιασμένη πλευρά κάθε κύκλου (εικόνα της Αφροδίτης στις θέσεις 1-12) παριστάνει την προς τον Ήλιο πλευρά ενώ η πάνω σειρά παριστάνει την Αφροδίτη όπως φαίνεται από τη Γη για τις δώδεκα θέσεις της. Όπως φαίνεται στο γεωκεντρικό



Σχήμα 1.4

μοντέλο επειδή η Αφροδίτη κινείται πάνω σε επικύκλιο και βρίσκεται πάντα πλησιέστερα στη Γη απ' ό τι στον Ήλιο (δεν περνά ποτέ πίσω από τον Ήλιο), δεν μπορεί ποτέ να φωτίζεται πλήρως κι άρα να παρατηρείται σε «πλήρη» φάση εκτός από ημικόκλιο, σε αντίθεση με τις παρατηρήσεις.

Πέρα όμως από τις πολυάριθμες εφευρέσεις του, ο Γαλιλαίος διατύπωσε τους πρώτους ακριβείς νόμους κίνησης των σωμάτων μετρώντας ότι όλα τα σώματα επιταχύνονται με τον ίδιο ρυθμό ανεξαρτήτως της μάζας τους, ανοίγοντας το δρόμο για τη μηχανική του Νεύτωνα. Αναλυτικότερα διεύρυνε την έννοια της κίνησης εισάγοντας τον όρο της ταχύτητας μέσα από πειράματα με κεκλιμένα επίπεδα, εισήγαγε την ιδέα της δύναμης ως αίτιο της κίνησης καθώς και την έννοια της «αδράνειας» που έκανε τα σώματα να αντιστέκονται στην αλλαγή της κατάστασής τους. Για τις ριζοσπαστικές για την εποχή του ιδέες δικάστηκε από την Εκκλησία και περιορίστηκε σε κατ'οίκο φυλάκιση (1632) μέχρι το θάνατό του ενώ το έργο του *“Dialogo dei Massimi Sistemi”*, (*“Διάλογος περί των δύο κύριων κοσμικών συστημάτων”*) μπήκε στη λίστα των απηγορευμένων έργων μαζί με το *“De Revolutionibus”* του Κοπέρνικου και τη *«Νέα Αστρονομία»* του Kepler, όπου και παρέμειναν έως το 1835.

Ενώ η Εκκλησία του 17^{ου} αιώνα υποστήριζε το γεωκεντρικό Σύμπαν, οι περισσότεροι επιστήμονες ήταν υπέρμαχοι του ηλιοκεντρικού. Εν τούτοις οι νόμοι του Kepler αν και παρήχαν την πρώτη επιτυχή κινηματική περιγραφή των πλανητικών τροχιών ήταν εμπειρικοί και χρειαζόταν μία θεωρία για να τους ερμηνεύσει, να εξηγήσει δηλαδή ποια δύναμη κρατούσε τους πλανήτες στις καμπύλες τροχιές τους. Ο **Ισαάκ Νεύτων** (1642-1727) γεννήθηκε τη χρονιά που πέθανε ο Γαλιλαίος και ασχολήθηκε με τη μηχανική και την οπτική αν και δεν δημοσίευσε πολλές από τις ανακαλύψεις του παρά μετά από τη δημοσίευσή τους από άλλους επιστήμονες. Βασισμένος στο έργο του Γαλιλαίου διατύπωσε το 1687 στο έργο του *«Philosophiae Naturalis Principia Mathematica»* γνωστό απλώς



Ο Ισαάκ Νεύτωνας
1642-1727 μ.Χ.

ως «Principia» τους τρεις θεμελιώδεις νόμους της μηχανικής που ερμηνεύουν και την πλανητική κίνηση.

1. Ένα σώμα θα συνεχίσει να κινείται σε ευθεία γραμμή με σταθερή ταχύτητα εκτός εάν ασκηθεί πάνω του μια εξωτερική μη μηδενική δύναμη (νόμος της αδράνειας)
2. Η δύναμη παράγει επιτάχυνση (a) με μέτρο που εξαρτάται από τη μάζα του σώματος ($F = ma$)
3. Εάν μία δύναμη ασκηθεί σε ένα σώμα τότε και το σώμα θα ασκήσει ίση και αντίθετη δύναμη στο αίτιο της δύναμης.

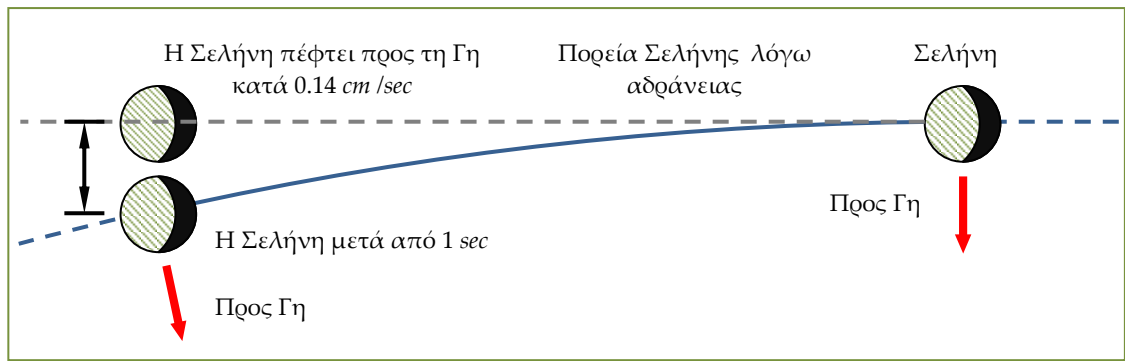
Παρατηρώντας ότι η δύναμη από τον Ήλιο (M_1) είναι ίση και αντίθετη με αυτήν της Γης (M_2) - Ήλιου απέδειξε ότι μόνο εάν η δύναμη ελαττώνεται καθώς το τετράγωνο της μεταξύ τους απόστασης αυξάνει, προκύπτουν οι ελλειπτικές τροχιές του Kepler.

Αν και ο Γαλιλαίος ήταν ο πρώτος που παρατήρησε ότι τα σώματα «έλκονται» προς το κέντρο της Γης, ο Νεύτωνας έδειξε ότι η ίδια δύναμη (βαρύτητα) ήταν υπεύθυνη για τις τροχιές των πλανητών στο ηλιακό σύστημα, διατυπώνοντας τον Παγκόσμιο νόμο της βαρύτητας σύμφωνα με τον οποίο όλα τα σώματα στο Σύμπαν έλκονται μεταξύ τους με μια δύναμη ανάλογη των μαζών τους κι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασής τους.

$$F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$$

όπου $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ η σταθερά της βαρύτητας.

Η δύναμη της βαρύτητας μεταξύ των πλανητών και του Ήλιου είναι αυτή που συγκρατεί τους πλανήτες στις τροχιές τους και κατευθύνεται προς το κέντρο της τροχιάς. Εάν η δύναμη της βαρύτητας είναι ελκτική πώς μια τροχιά διατηρείται σταθερή ή εύλογα γιατί η Σελήνη δεν πέφτει πάνω στη Γη ή η Γη στον Ήλιο; Η διατήρηση μιας τροχιάς είναι το αποτέλεσμα της ισορροπίας μεταξύ των αδρανειακών και των βαρυτικών δυνάμεων. Αυτό σημαίνει ότι η Σελήνη καθώς κινείται στην τροχιά της κάθε 1 sec «πέφτει» προς τη Γη κατά 0.14 cm λόγω της επιτάχυνσης της βαρύτητας. Λόγω όμως της καμπυλότητας της Γης, το έδαφος της Γης κάτω από τη Σελήνη έχει «πέσει» κατά την ίδια απόσταση (0.14 cm/sec) κι άρα η Σελήνη παραμένει στην ίδια απόσταση από τη Γη δηλαδή στην τροχιά της.

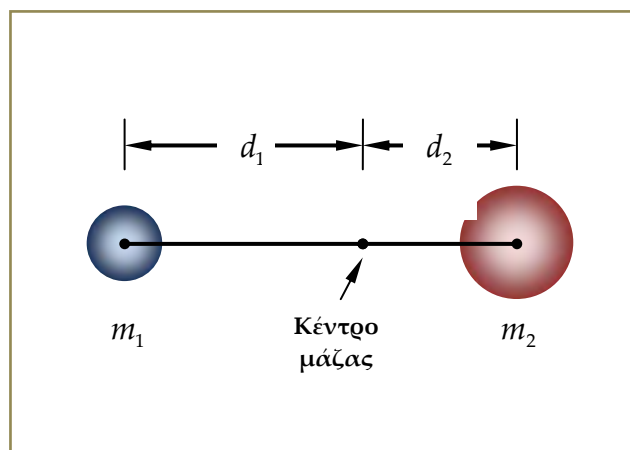


Σχήμα 1.5

Στην επιφάνεια ενός πλανήτη ή ενός δορυφόρου η βαρυντική δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m αποτελεί και το βάρος του σώματος και προκύπτει ως συνέπεια του νόμου της βαρύτητας από το γινόμενο της μάζας του επί την επιτάχυνση της βαρύτητας του g ($g = GM/R^2$, όπου R η ακτίνα και M η μάζα του πλανήτη ή του δορυφόρου) η οποία στην επιφάνεια της Γης έχει μετρηθεί ως 9.81 m/sec^2 . Έτσι ένα σώμα μάζας m στην Γη και στη Σελήνη, θα έχει βάρος μικρότερο στη Σελήνη γιατί η επιτάχυνση της βαρύτητας εκεί είναι 6 φορές μικρότερη απ' ό τι στην επιφάνεια της Γης.

Επιπλέον ο Νεύτων παρατήρησε ότι στο σύστημα Ήλιος - πλανήτη, ο πλανήτη δεν περιφέρεται γύρω από έναν στατικό Ήλιο ο οποίος βρισκόταν στην προνομιακή θέση του Kepler, αλλά λόγω του 3^{ου} νόμου και οι δύο περιφέρονταν γύρω από ένα κοινό σημείο, το κέντρο μάζας του συστήματος για το οποίο ισχύει

$$m_1 d_1 = m_2 d_2 \text{ και } d_1 + d_2 = a$$



Σχήμα 1.6

γι αυτό και τροποποίησε τον 3^ο νόμο του Kepler στη μορφή

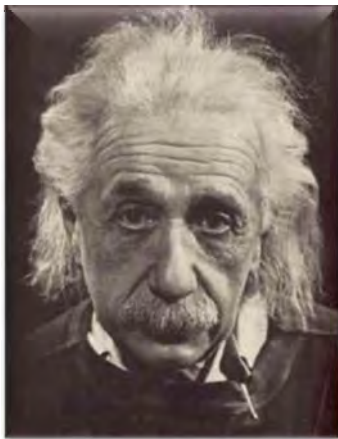
$$(m_1 + m_2)P^2 = (d_1 + d_2)^3 = a^3$$

Στην περίπτωση που η μία μάζα είναι πολύ μεγαλύτερη από την άλλη (όπως στην περίπτωση Ήλιου και ενός πλανήτη) ο νόμος μεταπίπτει στην αρχική μορφή του. Αυτή είναι και η περίπτωση του ηλιακού συστήματος όπου το κέντρο μάζας συμπίπτει με το κέντρο του σώματος με τη μεγαλύτερη μάζα δηλαδή του Ήλιου.

$$\frac{m_2}{m_1} \sim 0 \rightarrow d_1 = \frac{m_2}{m_1} d_2 \sim 0$$

γι' αυτό και ο αρχικός νόμος του Kepler δίνει σωστά αποτελέσματα. Στην περίπτωση όμως που οι μάζες των δύο σωμάτων είναι περίπου ίσες όπως συμβαίνει στα διπλά συστήματα αστέρων η διόρθωση του νόμου του Kepler είναι μεγάλη.

Η μαθηματική διατύπωση του δυναμικού μοντέλου του ηλιακού συστήματος του Νεύτωνα θεμελίωσε την επιστήμη της ουράνιας μηχανικής. Το 1650-1700 με τη βελτίωση των τηλεσκοπίων προσδιορίστηκαν με μεγαλύτερη ακρίβεια οι θέσεις των πλανητών, το 1780 ο Herschel ανακάλυψε τυχαία τον πλανήτη Ουρανό επιβεβαιώνοντας την θεωρία της βαρύτητας ενώ το 1845 με βάση τις διαταραχές της κίνησης του Ουρανού προβλέφθηκε η θέση ενός νέου πλανήτη, του Ποσειδώνα, ανεξάρτητα από τους Adam και Leverrier. Φαινόμενα που



Ο Albert Einstein
1879-1955 μ.Χ.

οφείλονται στις βαρύτητα είναι οι παλίρροιας, η μετάπτωση του άξονα της Γης, τα σημεία Lagrange, η ύπαρξη των δακτυλίων του Κρόνου κ.α

Η Νευτώνεια μηχανική παρέμεινε αδιαμφισβήτητη μέχρι την εισαγωγή της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας (1905) από τον Αϊνστάιν (1879-1955) με την οποία έδειξε ότι οι τρεις νόμοι του Νεύτωνα είχαν ισχύ κάτω από ορισμένες συνθήκες- όταν οι ταχύτητες των σωμάτων δεν προσεγγίζουν την ταχύτητα του φωτός και αργότερα με τη διατύπωση της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας (1915) με την οποία έδειξε ότι ο νόμος της Παγκόσμιας Έλξης δεν

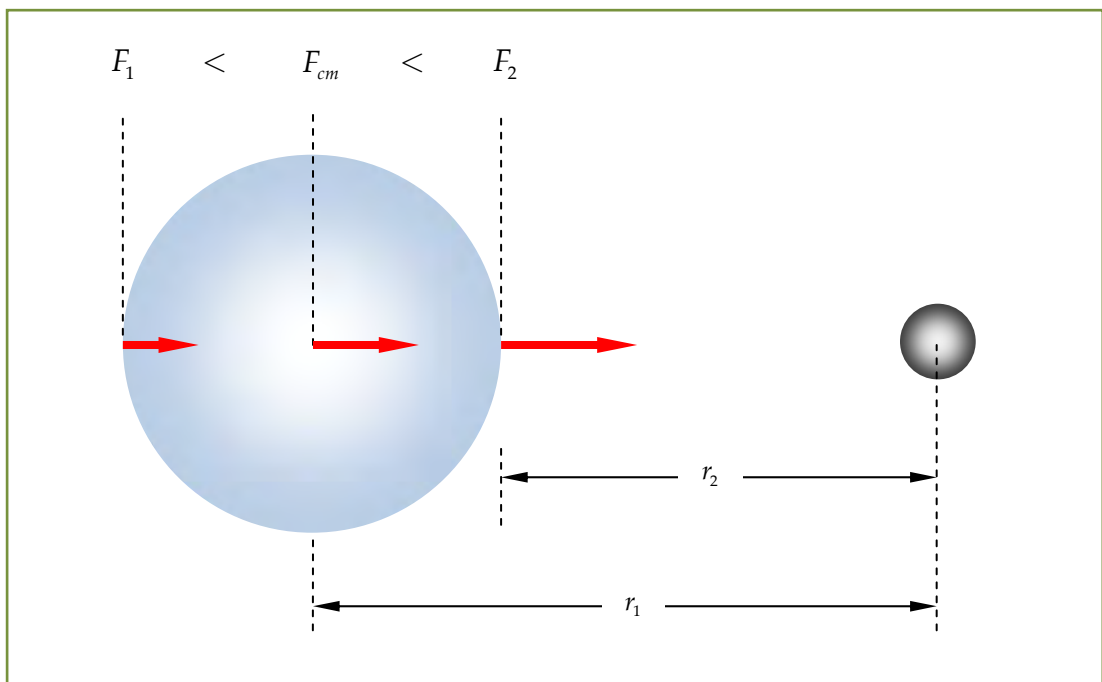
ισχύει παρουσία ισχυρών βαρυτικών πεδίων.

1.2 Παλίρροιες

Μία από τις συνέπειες του νόμου της βαρύτητας είναι η δημιουργία παλιρροιών. Οι παλιρροϊκές δυνάμεις στη Γη λόγω της βαρυτικής έλξης της Σελήνης (ή του Ήλιου) είναι διαφορικές βαρυτικές δυνάμεις δηλαδή προέρχονται από τη διαφορά των βαρυτικών δυνάμεων αυξανόμενης της απόστασης από τη Σελήνη (ή τον Ήλιο). Αυτές επηρεάζουν τη Γη πρώτον γιατί δεν είναι στερεή και ένα μεγάλο μέρος της επιφάνειάς της καλύπτεται από νερό και δεύτερον γιατί είναι τόσο μεγάλες που ουσιαστικά την «παραμορφώνουν». Το μέτρο των παλιρροϊκών δυνάμεων που ασκεί ένα σώμα μάζας M σ' ένα σώμα μάζας m και ακτίνας R ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ των βαρυτικών δυνάμεων που ασκούνται στην επιφάνειά του (απόσταση r_1) και στο κέντρο του (απόσταση r_2) με $r_2 < r_1$ δηλαδή

$$\Delta f = GM \frac{2R}{r^3}$$

όπου $R = r_2 - r_1$ και $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$



Σχήμα 1.7

Η διαφορά μεταξύ των παραπάνω επιταχύνσεων (βαρυτικών δυνάμεων ανά μονάδα μάζας) στο κέντρο και στα δύο άκρα του ισημερινού, σε συνδυασμό με την φυγόκεντρο και τη βαρυτική δύναμη σε κάποιο τυχαίο σημείο προκαλεί τη δημιουργία δύο προεξοχών στα δύο αντιδιαμετρικά σημεία των ωκεανών της Γης στον ισημερινό και την ροή του ύδατος από τα δύο ημισφαίρια προς τον ισημερινό. Καθώς η Γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της η στερεή επιφάνεια

νεία της περιστρέφεται κάτω από αυτές τις υδάτινες προεξοχές των ωκεανών. Κατ'αυτόν τον τρόπο πρακτικά για κάθε σημείο της επιφάνειας της Γης το οποίο είναι παραθαλάσσιο τα νερά ανυψώνονται (πλημμυρίζ) όταν το γήινο σημείο βρίσκεται προς τη διεύθυνση της Σελήνης, γεγονός το οποίο συμβαίνει κάθε 12 ώρες και κατεβαίνουν (άμπωτις) όταν το γήινο σημείο βρίσκεται σε διεύθυνση κάθετη με την πρώτη, επίσης κάθε 12 ώρες δηλαδή δημιουργούνται δύο παλίρροιες μέσα στο 24ωρο. Οι παλίρροιες αυτές ενισχύονται επιπλέον από τις παλιρροϊκές δυνάμεις του Ήλιου (40% των δυνάμεων της Σελήνης) κατά τη νέα Σελήνη και την Πανσέληνο (Γη - Ήλιος - Σελήνη στην ίδια ευθεία) και έχουν το μέγιστο ύψος ενώ όταν ο Ήλιος και Σελήνη σχηματίζουν ορθή γωνία (κατά το πρώτο και το τρίτο τέταρτο) οι παρατηρούμενες παλίρροιες έχουν το μικρότερο ύψος.

Η παραπάνω ανάλυση αποτελεί φυσικά μία πρώτη προσεγγιστική ερμηνεία του φαινομένου και προκειμένου να προβλεφθεί η ακριβής ώρα και η διάρκεια της παλίρροιας σ'έναν τόπο θα πρέπει να ληφθούν υπόψη και άλλοι παράγοντες που περιπλέκουν το πρόβλημα όπως η μορφολογία της γήινης επιφάνειας που αποτελεί εμπόδιο στη ροή των υδάτων, η τριβή μεταξύ των ωκεανών και των πυθμένων τους, η περιστροφή της Γης, το μεταβαλλόμενο βάθος των ωκεανών, οι άνεμοι κ.λ.π.

Επιπλέον η παλίρροια δεν επηρεάζει μόνο τη ροή των ωκεανών αλλά και το στέρεο υλικό της Γης με αποτέλεσμα το σχήμα της να γίνεται ελλειψοειδές και στο σύνολό της να ανυψώνεται και να κατέρχεται κατά 300 mm δύο φορές την ημέρα. Αυτή η κίνηση γίνεται με απώλειες λόγω τριβής οι οποίες αναπληρώνονται από τη μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη - Σελήνη.

Πάντως επειδή οι ωκεανοί δεν ακολουθούν αυτόματα την περιστροφή της Γης, οι παλιρροϊκές προεξοχές δεν βρίσκονται στην ίδια ευθεία Γης - Σελήνης (όπως θα συνέβαινε αν η Γη ήταν ακίνητη) αλλά ο άξονας που τους ενώνει προηγείται της Σελήνης με αποτέλεσμα την δημιουργία ροπής που τείνει να επιβραδύνει την περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της (γεγονός που ενισχύεται επιπρόσθετα και από τη δράση των παλιρροϊκών δυνάμεων του Ήλιου). Αστρονομικές μετρήσεις έχουν δείξει ότι η περίοδος περιστροφής της Γης (και άρα η διάρκεια της ημέρας) αυξάνει με ρυθμό 0.0015 δευτερόλεπτων ανά αιώνα ενώ τα γεωλογικά δεδομένα (ρυθμός αύξησεως κοραλλιών) μαρτυρούν ότι πριν από 400 εκατομμύρια έτη η συνολική διάρκεια ημέρας και νύχτας ήταν 22 ώρες. Συνέπεια αυτής της απώλειας στροφορμής της Γης είναι η αύξηση της τροχιακής ταχύτητας της Σελήνης έτσι ώστε η ολική στροφορμή του κλειστού συστήματος Γης - Σελήνης να διατηρηθεί σταθερή (μεταφορά στροφορμής εκ περιστροφής σε στροφορμή εκ περιφοράς). Άμεσο αποτέλεσμα μιας τέτοιας εξέλιξης είναι η περιφορά της Σελήνης από τη Γη σε ολόένα και πιο

απομακρυσμένη τροχιά (κατά 3 περίπου μέτρα ανά αιώνα). Μακροπρόθεσμα η περιστροφή της Γης, η περιστροφή της Σελήνης και η τροχιακή περίοδος της Σελήνης αναμένεται να συγχρονιστούν όπως συνέβη στη περίπτωση του Πλούτων και του δορυφόρου του Χάροντα.

Όπως η Σελήνη προκαλεί την εμφάνιση παλιρροιών στη Γη, κατά τον ίδιο τρόπο και η Γη προκαλεί την εμφάνιση παλιρροιών στη Σελήνη με τη διαφορά ότι το μέγεθος των παλιρροϊκών δυνάμεων είναι πολύ μεγαλύτερο. Άρα και η ροπή που εξασκεί η Γη σε κάθε παλιρροϊκή προεξοχή που δεν βρίσκεται στην ευθεία Γη - Σελήνη θα είναι μεγαλύτερη με αποτέλεσμα, όπως η περιστροφή της Γης επιβραδύνεται από τη δράση της Σελήνης έτσι και η περιστροφή της Σελήνης να έχει επιβραδυνθεί κατά το παρελθόν από τη ισχυρότερη παλιρροϊκή δράση της Γης. Τη στιγμή κατά την οποία η περίοδος περιστροφής της Σελήνης μειώθηκε τόσο ώστε να συμπέσει με την τροχιακή περιφορά της γύρω από τη Γη (έτσι ώστε η προεξοχή να βρίσκεται πάντα προς την Γη), δεν υπήρχε πλέον ροπή στρέψης και αποκαταστάθηκε μία σταθερή κατάσταση που έχει ως αποτέλεσμα η Σελήνη να παρουσιάζει πάντα την ίδια πλευρά της (με μικρές αποκλίσεις) προς τη Γη. Το φαινόμενο αυτό του συγχρονισμού είναι γνωστό ως «παλιρροϊκό» κλειδώμα και παρατηρείται στους περισσότερους δορυφόρους του Ηλιακού συστήματος σε σχέση με τους πλανήτες γύρω από τους οποίους περιφέρονται.

Το φαινόμενο όμως των παλιρροιών επηρεάζει όλα τα αστρονομικά σώματα. Η μεταβολή της συνολικής βαρυτικής δύναμης στο κοντινότερο δορυφόρο του Δία την Ιώ κατά την περιφορά της έχει σαν αποτέλεσμα τη θέρμανση του δορυφόρου. Οι παλιρροϊκές δυνάμεις μεταξύ των στενών διπλών συστημάτων μπορεί να προκαλέσουν σοβαρές διαταραχές της τροχιάς τους ενώ κοντά σε μία μελανή οπή μπορεί να προκαλέσουν απόσπαση του προσπίπτοντος υλικού. Η παλιρροϊκή δύναμη στο σύστημα ενός μικρού λευκού νάνου και ενός ερυθρού γίγαντα προκαλεί την απόσπαση ύλης από τον τελευταίο και την συσσώρευσή της σε δίσκο γύρω από τον λευκό νάνο, όπως διαπιστώνεται από την ανάλυση της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας.

1.3 Τα σημεία Lagrange

Γνωρίζουμε ότι αν δύο σφαιρικά συμμετρικά σώματα με μάζες M_1 και M_2 παραμένουν σταθερά ως προς ένα αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων τότε ένα σωματίδιο αμελητέας μάζας κάτω από την βαρυτική τους επίδραση ισορροπεί μόνο σε ένα σημείο που βρίσκεται στην ευθεία που ενώνει τα κέντρα μάζας τους και απέχει από το καθένα απόσταση r_1 και r_2 έτσι ώστε

$$\frac{M_1}{r_1^2} = \frac{M_2}{r_2^2}$$



Ο Joseph – Louis Lagrange
1736-1813 μ.Χ.

Το πρόβλημα όμως του προσδιορισμού της κίνησης ενός σώματος κάτω από τη βαρυτική επίδραση άλλων σωμάτων που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους (βαρυτικά) είναι αρκετά πολύπλοκο με την έννοια ότι δεν υπάρχει μία εξίσωση που να περιγράφει την κίνησή του κάθε χρονική στιγμή. Τέτοιες αλγεβρικές εξισώσεις υπάρχουν μόνο σε ειδικές περιπτώσεις όπου τα σώματα έχουν έναν ειδικό (και σπάνιο) σχηματισμό. Τέτοια ειδική περίπτωση αποτελεί η κίνηση ενός μικρού σωματιδίου (αμελητέας μάζας) στο βαρυτικό πεδίο δύο σωμάτων που περιφέρονται γύρω από το κοινό κέντρο μάζας σε κυκλικές τροχιές, την οποία πρώτος μελέτησε ο Γάλλος

μαθηματικός και αστρονόμος Joseph-Louis Lagrange (1736-1813). Τέτοια συστήματα είναι ο Ήλιος - Γη, ο Ήλιος - Δίας, η Γη Σελήνη.

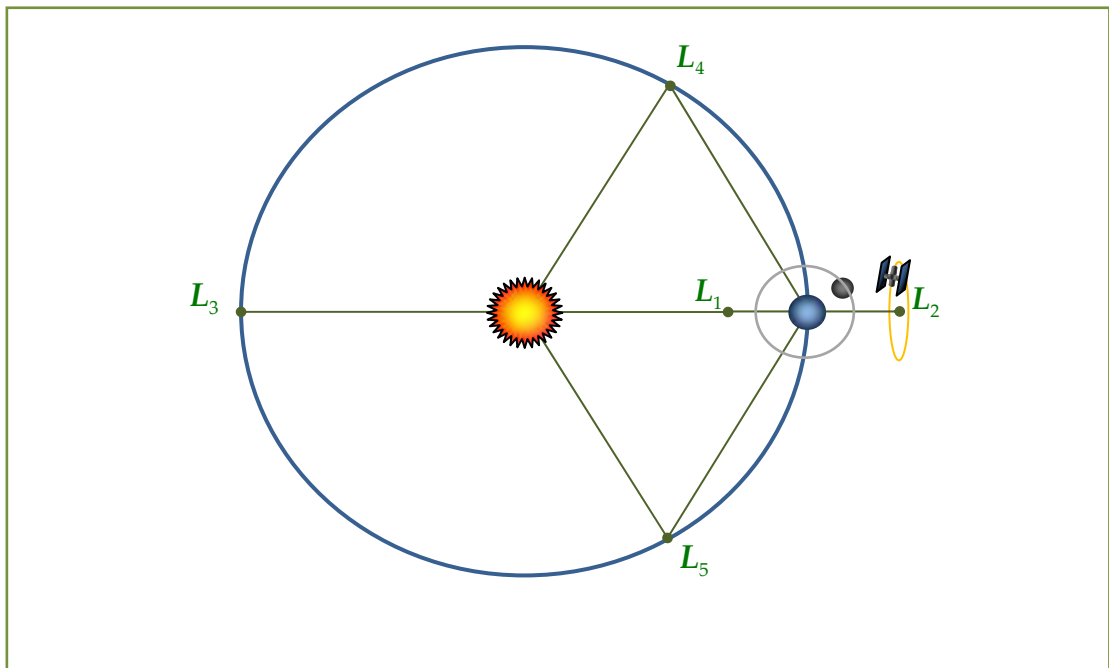
Σε ένα σύστημα αναφοράς που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω ίση με τη γωνιακή ταχύτητα περιφοράς των δύο αστερών σε κυκλική τροχιά γύρω από το κοινό κέντρο μάζας θα πρέπει να λάβουμε υπόψιν τη συνολική δύναμη που ασκείται σε κάθε σημείο όχι μόνο λόγω του βαρυτικού πεδίου της κάθε μάζας αλλά και λόγω της περιστροφικής κίνησης του συστήματος αναφοράς. Κοντά στο κέντρο της κάθε μάζας περισσότερο ισχυρή είναι η επίδραση της ελκτικής δύναμης της βαρύτητάς της παρά η βαρυτική επίδραση της άλλης μάζας και η περιστροφή του συστήματος, με αποτέλεσμα η συνολική δύναμη που ασκείται να έχει διεύθυνση προς το κέντρο του. Στο ισημερινό επίπεδο μακριά από τις δύο μάζες η συνολική δύναμη που εξασκείται σε ένα σωματίδιο κυριαρχείται από την επίδραση της περιστροφής δηλαδή από την προς τα έξω «φυγόκεντρη δύναμη».

Η λύση του παραπάνω προβλήματος οδηγεί στον εντοπισμό 5 σημείων L_1 , L_2 , L_3 , L_4 και L_5 (σημεία Lagrange) στο επίπεδο της αμοιβαίας κυκλικής περιφοράς των δύο σωμάτων περι το κοινό κέντρο μάζας τα οποία η συνολική δύναμη που ασκείται είναι μηδέν (ή η συνολική δυναμική ενέργεια είναι μηδέν). Αυτό σημαίνει ότι η τοποθέτηση του σωματιδίου σε ένα από αυτά τα σημεία θα έχει ως συνέπεια να κινηθεί σε κυκλική τροχιά διατηρώντας τον ίδιο πάντα προσανατολισμό σε σχέση με τα δύο μεγαλύτερα σώματα. Από τα σημεία αυτά τα τρία πρώτα L_1 , L_2 , L_3 βρίσκονται πάνω στην ευθεία που συνδέει τις δύο μάζες και είναι ασταθή με την έννοια ότι αν το σωματίδιο βρεθεί σ' ένα από αυτά

και υποστεί μία μικρή διαταραχή θα αναγκαστεί να εγκαταλείψει την κυκλική τροχιά του ενώ τα άλλα L_4, L_5 σχηματίζουν (το καθένα) ισόπλευρα τρίγωνα με τα σημεία όπου βρίσκονται οι μάζες (M_1, M_2) και είναι ευσταθή (αν το σωματίδιο βρεθεί σ'ένα από αυτά ακόμη και αν υποστεί μία μικρή διαταραχή θα επανέλθει πάλι σ' αυτό το σημείο ισορροπίας).

Τέτοιες μικρές διαταραχές συμβαίνουν πολύ συχνά λόγω των ασθενών βαρυτικών επιδράσεων των άλλων σωμάτων και γι αυτό τέτοιοι ειδικοί σχηματισμοί τριών σωμάτων είναι σπάνιοι. Το πιο γνωστό φυσικό παράδειγμα ενός τέτοιου σχηματισμού τριών σωμάτων αποτελεί ο Ήλιος, ο Δίας και οι Τρωικοί αστεροειδείς (ο Ήλιος και ο Δίας κινούνται σχεδόν σε κυκλικές αμοιβαίες τροχιές και οι αστεροειδείς έχουν αμελητέα μάζα σε σχέση μ'αυτούς) που παρατηρούνται σε εκείνα τα σημεία της τροχιάς του Δία τα οποία μαζί με τον Ήλιο και το Δία σχηματίζουν ισόπλευρα τρίγωνα (Σχήμα 1.8).

Στο σύστημα Ηλίου - Γης (Σχήμα 1.8) εάν τοποθετηθεί ένα σώμα αυτά τα σημεία θα παραμένει σε σταθερή απόσταση από τη Γη και τον Ήλιο καθώς η Γη περιφέρεται γύρω από τον Ήλιο. Από αυτά, επειδή τα L_1, L_2 είναι ασταθή (αλλά επιτρέπουν την περιφορά ενός σωματίου) είναι απηλλαγμένα από μεσοπλανητική σκόνη και χρησιμοποιούνται για την τοποθέτηση διαστημικών ανιχνευτών



Σχήμα 1.8

όπως το SOHO που περιφέρεται γύρω από το L_1 , σε απόσταση 1 AU από τη Γη, μονίμως προς την κατεύθυνση του Ήλιου και καταγράφει όλα τα χαρακτηριστικά του και το ACE που καταγράφει τη σύνθεση του ηλιακού ανέμου. Πίσω από τη Γη και γύρω από το L_2 , «κοιτώντας» μακριά από τη Γη περιφέρεται ο ανιχνευτής μικροκυματικής ακτινοβολίας WMAP, ο ανιχνευτής υπέρυθρης ακτινο-

βολίας Herschel Space Observatory της ESA και πιθανόν το 2011 το διαστημικό τηλεσκόπιο James Webb.